

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται η παράσταση: $A = (\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1})$

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
β) Να αποδείξετε ότι η παράσταση A είναι σταθερή,
δηλαδή ανεξάρτητη του x .

ΑΣΚΗΣΗ 2

- α) Να δείξετε ότι: $3 < \sqrt[3]{30} < 4$
β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\sqrt[3]{30}$ και $6 - \sqrt[3]{30}$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.
β) Για $x=5$, να αποδείξετε ότι: $A^2 + A - 6 = 0$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x-4}$

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.
β) Αν $x=4$, να αποδείξετε ότι: $A^2 - A = 2 \cdot (10 - \sqrt{5})$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{1-x} - \sqrt[4]{x^4}$

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.
β) Αν $x = -3$, να αποδείξετε ότι: $A^3 + A^2 + A + 1 = 0$

ΑΣΚΗΣΗ 6

Δίνεται η παράσταση: $B = \sqrt[5]{(x-2)^5}$

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση B ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.
β) Για $x = 4$, να αποδείξετε ότι: $B^2 + 6B = B^4$

ΑΣΚΗΣΗ 7

Δίνονται οι αριθμοί: $A = (\sqrt{2})^6$ και $B = (\sqrt[3]{2})^6$

- α) Να δείξετε ότι: $A - B = 4$
β) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς:
 $\sqrt{2}$, 1 , $\sqrt[3]{2}$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Δίνεται η παράσταση: $K = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + 2} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$.

- α) Να βρεθούν οι τιμές που πρέπει να πάρει το x , ώστε η παράσταση K να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.
β) Αν $-2 < x < 3$, να αποδείξετε ότι παράσταση K σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

ΑΣΚΗΣΗ 9

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = (\sqrt{2})^6, \quad B = (\sqrt[3]{3})^6, \quad \Gamma = (\sqrt[6]{6})^6.$$

- α) Να δείξετε ότι:

$$A + B + \Gamma = 23.$$

- β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

$$\sqrt[3]{3} \text{ και } \sqrt[6]{6}.$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΗ 10

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \sqrt{(x-2)^2}$ και $B = \sqrt[3]{(2-x)^3}$,

όπου x πραγματικός αριθμός

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;
β) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση B ;
γ) Να δείξετε ότι, για κάθε $x \leq 2$, ισχύει $A=B$.

ΑΣΚΗΣΗ 11

Αν είναι $A = \sqrt[3]{5}$, $B = \sqrt{3}$, $\Gamma = \sqrt[6]{5}$, τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B \cdot \Gamma = \sqrt{15}$
β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς A , B .

ΑΣΚΗΣΗ 12

Αν είναι $A = 2 - \sqrt{3}$, $B = 2 + \sqrt{3}$, τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B = 1$.
β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Pi = A^2 + B^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 13

Στον πίνακα της τάξης σας είναι γραμμένες οι παρακάτω πληροφορίες (προσεγγίσεις):

$$\sqrt{2} \approx 1,41 \quad \sqrt{3} \approx 1,73$$

$$\sqrt{5} \approx 2,24 \quad \sqrt{7} \approx 2,64$$

- α) Να επιλέξετε έναν τρόπο, ώστε να αξιοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα (όποια θεωρείτε κατάλληλα) και να υπολογίσετε με προσέγγιση εκατοστού τους αριθμούς $\sqrt{20}$, $\sqrt{45}$ και $\sqrt{80}$

- β) Αν δεν υπήρχαν στον πίνακα οι προσεγγιστικές τιμές των ριζών πώς θα μπορούσατε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\frac{3 \cdot \sqrt{20} + \sqrt{80}}{\sqrt{45} - \sqrt{5}};$$